VAMOS AGORA INTRODUZIR UM CONCEITO NOVO:

$\boxed{\text{REDE DE DOIS PORTOS}}$

UMA RDP É QUALQUER COISA QUE EU POSSO REPRESENTAR DA SEGUINTE FORMA (SÓ VAMOS TRATAR DE RDPS LINEARES) SEM GERADORES INDEPENDENTES

TENHO PORTANTO 4 VARIÁVEIS QUE SE RELACIONAM ENTRE SI. POSSO ESCOLHER, POR EXEMPLO, COMO VARIÁVEIS INDEPENDENTES AS VARIÁVEIS RESPEITANTES AO PORTO DE SAÍDA, E ESCREVER:

$$\begin{cases} v_e = t_{11} v_s - t_{12} i_s \\ i_e = t_{21} v_s - t_{22} i_s \end{cases}$$ (SÓ TEMOS COMPONENTES LINEARES)

É CLARO QUE A MANEIRA COMO ESCREVI NÃO É INOCENTE:

$$\begin{bmatrix} v_e \\ i_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_s \\ -i_s \end{bmatrix}$$

CONVENÇÃO! (SÓ P/ MATRIZ DE TRANSMISSÃO!)

$\boxed{[t] \equiv \text{MATRIZ DE TRANSMISSÃO DA REDE DE DOIS PORTOS}}$

QUAIS SÃO AS DIMENSÕES DOS DIVERSOS ELEMENTOS DE MATRIZ DA MATRIZ DE TRANSMISSÃO?

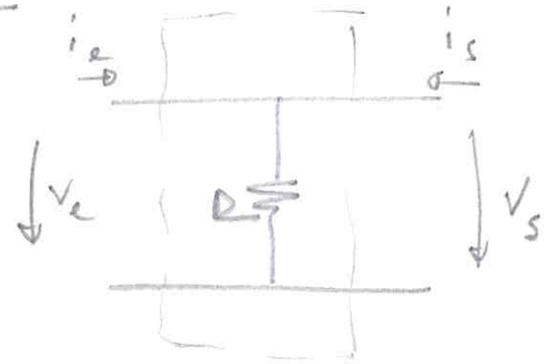
$$\begin{cases} t_{11} - \text{ADIMENSIONAL} \\ t_{12} - \text{IMPEDÂNCIA} \\ t_{21} - \text{ADMITÂNCIA} \\ t_{22} - \text{ADIMENSIONAL} \end{cases}$$

EXEMPLO 1:

$$\begin{cases} i_e = -i_s \\ v_s = v_e - R i_e \end{cases} \qquad \begin{cases} v_e = v_s + R i_e \\ i_e = -i_s \end{cases} \qquad \begin{cases} v_e = v_s - R i_s \\ i_e = \quad - i_s \end{cases}$$

$$[t] \doteq \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

EXEMPLO 2:



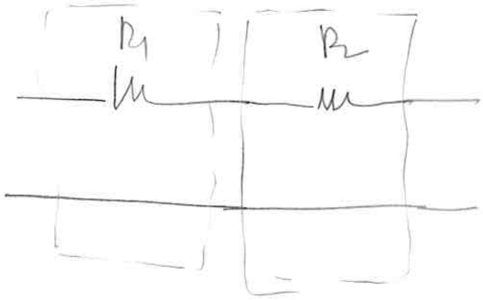
$$\begin{cases} V_e = V_s \\ (i_e + i_s)R = V_s \end{cases} \qquad \begin{cases} V_e = V_s \\ i_e = \frac{1}{R} V_s - i_s \end{cases}$$

$$[t] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix}$$

RDF 4

EXEMPLO 3:

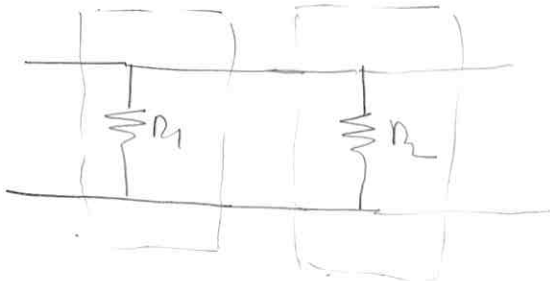
Assoc. SÉRIE



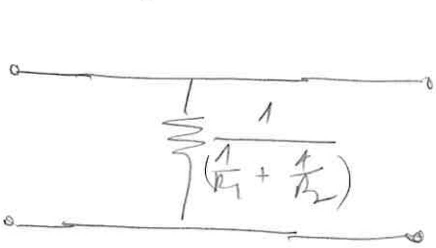
$$\begin{bmatrix} 1 & R_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & R_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R_1+R_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

EXEMPLO 4:

Assoc. PARAL.



$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/R_1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/R_2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) & 1 \end{bmatrix}$$



RDP 5

EXEMPLOS: DIVISOR POTENC.

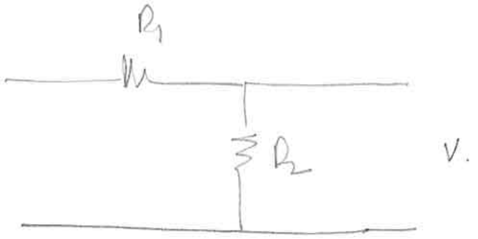
$$\begin{bmatrix} 1 & R_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/R_2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + R_1/R_2 & R_1 \\ 1/R_2 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \dfrac{R_1+R_2}{R_2} & R_1 \\ 1/R_2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} V_e = \dfrac{R_1+R_2}{R_2} V_s - R_1 i_s \\ i_e = \dfrac{1}{R_2} V_s - i_s \end{cases} \qquad i_s = 0$$

$$\boxed{V_s = \frac{R_2}{R_1+R_2} V_e}$$

$$i_e = \frac{1}{\cancel{R_2}} \frac{\cancel{R_2}}{(R_1+R_2)} V_e = \frac{V_e}{(R_1+R_2)}$$



Posso caracterizar uma RDP com outras matrizes:

$$\begin{bmatrix} v_e \\ v_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ +i_s \end{bmatrix}$$

Matriz impedância

$$\begin{bmatrix} i_e \\ +i_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_e \\ v_s \end{bmatrix}$$

Matriz admitância

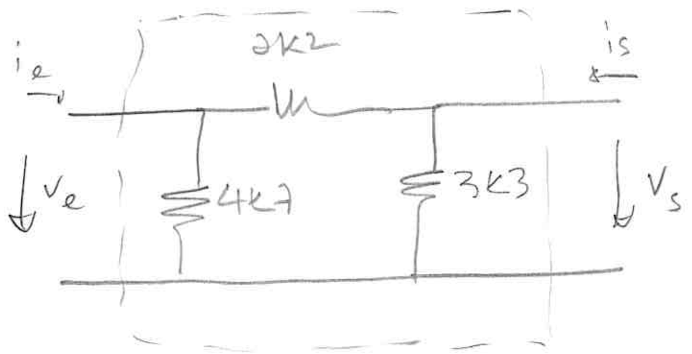
$$\begin{bmatrix} v_e \\ +i_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ v_s \end{bmatrix}$$

Matriz híbrida

(existem duas, inversas uma da outra)

[Todos estes coeficientes estão relacionados entre si e o conjunto que eu uso depende do que há ser mais feito]

EXERCÍCIO : CALCULAR A MATRIZ IMITÂNCIA DO CIRCUITO



$$\begin{bmatrix} v_e \\ v_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ i_s \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} v_e = z_{11} i_e + z_{12} i_s \\ v_s = z_{21} i_e + z_{22} i_s \end{cases}$$

TENHO SEMPRE DOIS TIPOS DE CONDIÇÕES FRONTEIRA, NESTE CASO $i_e = 0$ E $i_s = 0$. POSSO ENTÃO ESCREVER:

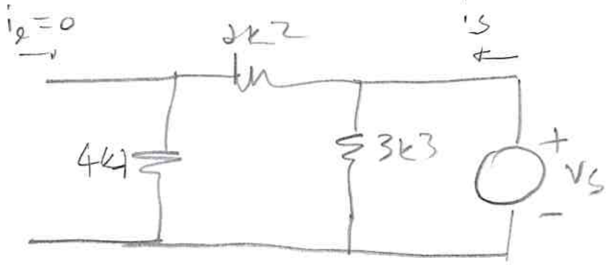
$$z_{11} = \left.\frac{v_e}{i_e}\right|_{i_s=0} \qquad z_{12} = \left.\frac{v_e}{i_s}\right|_{i_e=0}$$

$$z_{21} = \left.\frac{v_s}{i_e}\right|_{i_s=0} \qquad z_{22} = \left.\frac{v_s}{i_s}\right|_{i_e=0}$$

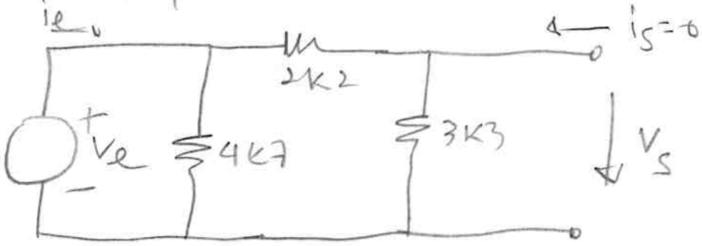
CONDIÇÃO $i_s = 0$ — CONDIÇÃO $i_e = 0$

O QUE SIGNIFICA CADA UMA DESTAS CONDIÇÕES?

$\boxed{i_e = 0}$ SIGNIFICA QUE NÃO POSSO TER NENHUMA FONTE LIGADA NA ENTRADA, E QUE DEVO PENSAR NO CIRCUITO DA SEGUINTE FORMA:

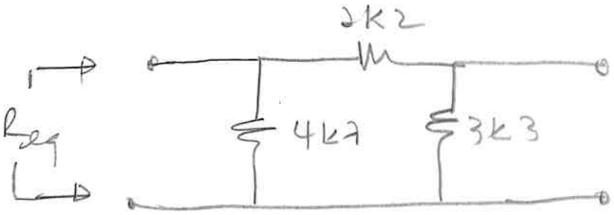


$\boxed{i_s = 0}$ SIGNIFICA APENAS QUE NÃO POSSO LIGAR NADA NA SAÍDA, E PORTANTO FICA:



RESULTA LOGO DAQUI QUE:

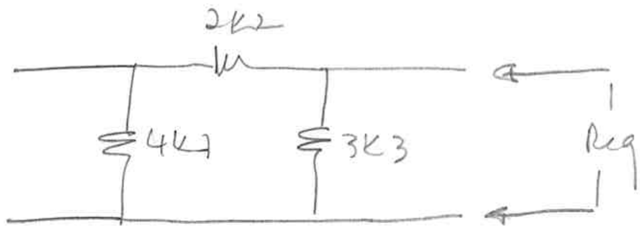
Z_{11} = RESISTÊNCIA EQUIVALENTE VISTA DA ENTRADA C/ A SAÍDA EM ABERTO



$$R_{eq} = Z_{11} = 4K7 \,\|\, (2K2 + 3K3)$$

$$= \frac{4K7 \times 5K5}{4K7 + 5K5} \simeq 2K5$$

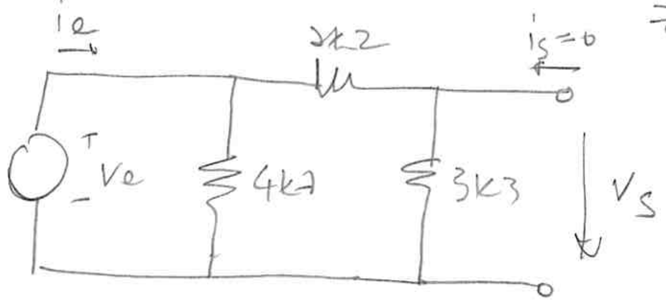
Z_{22} = RESISTÊNCIA EQUIVALENTE VISTA DA SAÍDA C/ A ENTRADA EM ABERTO



$$Z_{22} = R_{eq} = 3K3 \,\|\, (2K2 + 4K7) = \frac{3K3 \times 6K9}{3K3 + 6K9} \simeq 2K2$$

VAMOS AGORA PENSAR NOS OUTROS DOIS PARÂMETROS

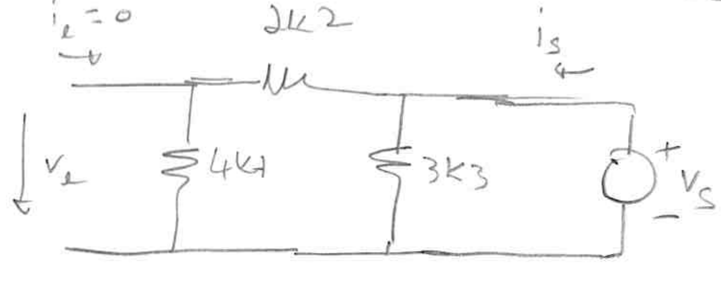
$$Z_{21} = \frac{V_s}{i_e}\bigg|_{i_s=0} = \frac{V_s}{V_e}\bigg|_{i_s=0} \times \underbrace{\frac{V_e}{i_e}\bigg|_{i_s=0}}_{= Z_{11}} = Z_{11}\ \frac{V_s}{V_e}\bigg|_{i_s=0}$$



$$V_s = \frac{3k3}{2k2+3k3} V_e \Rightarrow \frac{V_s}{V_e}\bigg|_{i_s=0} = \frac{3k3}{2k2+3k3} = 0.6$$

$$Z_{21} = Z_{11} \times 0.6 \simeq 1k5$$

$$Z_{12} = \frac{V_e}{i_s}\bigg|_{i_e=0} = \frac{V_e}{V_s}\bigg|_{i_e=0} \times \underbrace{\frac{V_s}{i_s}\bigg|_{i_e=0}}_{= Z_{22}} = Z_{22}\ \frac{V_e}{V_s}\bigg|_{i_e=0}$$



$$V_e = \frac{4k7}{2k2+4k7} V_s \Rightarrow \frac{V_e}{V_s}\bigg|_{i_e=0} = \frac{4k7}{2k2+4k7} \simeq 0.68$$

$$Z_{12} = 0.68\ Z_{22} \simeq 0.68 \times 2k2 = 1k5$$

PODEMOS AGORA CALCULAR A MATRIZ HÍBRIDA DO MESMO CIRCUITO.

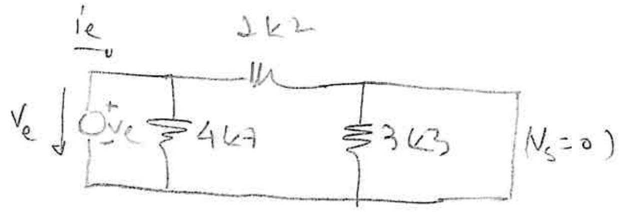
NOTA: DE FACTO HÁ DUAS MATRIZES HÍBRIDAS, MAS SEMPRE QUE FALARMOS DE MATRIZ HÍBRIDA ESTAMOS A FALAR DA MATRIZ DEFINIDA PELA RELAÇÃO

$$\begin{bmatrix} v_e \\ i_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ v_s \end{bmatrix}$$

$v_e = h_{11}\, i_e + h_{12}\, v_s$

$i_s = h_{21}\, i_e + h_{22}\, v_s$

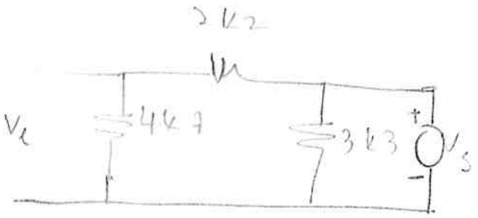
a) $h_{11} = \left.\dfrac{v_e}{i_e}\right|_{v_s=0}$



$h_{11} = 4k7 \parallel 2k2 =$

$= \dfrac{4.7 \times 2.2}{4.7 + 2.2} \simeq 1k5$

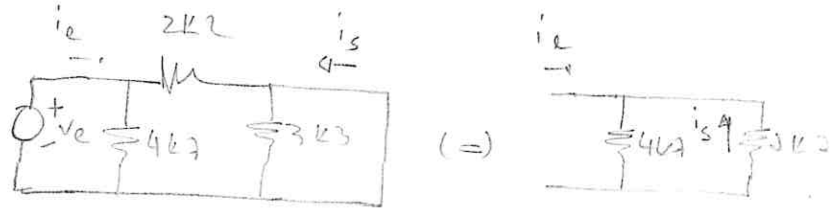
b) $h_{12} = \left.\dfrac{v_e}{v_s}\right|_{i_e=0}$



$v_e = \dfrac{4k7}{2k2 + 4k7}\, v_s$

$h_{12} = \dfrac{4.7}{2.2 + 4.7} \simeq 0,68$

c) $h_{21} = \left.\dfrac{i_s}{i_e}\right|_{v_s=0}$

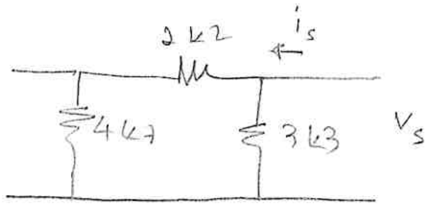


$i_s = \dfrac{-4k7}{4k7 + 2k2}\, i_e$

$h_{21} = \dfrac{-4.7}{4.7 + 2.2} \simeq -0,68$

RDT 11

j) $h_{22} = \left.\dfrac{i_s}{V_s}\right|_{i_e=0}$

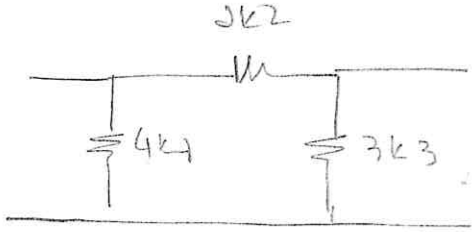


$$h_{22} = \left[3k3 \,\|\, (2k2 + 4k7)\right]^{-1}$$

$$= \left[3k3 \,\|\, 6k9\right]^{-1} = \left[\frac{3.3 \times 6.9}{3.3 + 6.9}\ k\Omega\right]^{-1} \simeq \left[2,2k\right]^{-1} \simeq 0,45 \times 10^{-3}\ \Omega^{-1}$$

RESUMINDO:

REDE DE DOIS PORTOS:



DESCRIÇÃO DE IMPEDÂNCIA

$$\begin{bmatrix} 2k5 & 1k5 \\ 1k5 & 2k2 \end{bmatrix}$$

DESCRIÇÃO HÍBRIDA

$$\begin{bmatrix} 1k5 & 0,68 \\ -0,68 & 4,5\times10^{-4}\ \Omega^{-1} \end{bmatrix}$$

ESTES PARÂMETROS ESTÃO NATURALMENTE RELACIONADOS ENTRE SI:

$$H \equiv \begin{bmatrix} \dfrac{|Z|}{z_{22}} & \dfrac{z_{12}}{z_{22}} \\[2ex] -\dfrac{z_{21}}{z_{22}} & \dfrac{1}{z_{22}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{3,25}{2,2}\ k\Omega & \dfrac{1k5}{2k2} \\[2ex] -\dfrac{1k5}{2k2} & \dfrac{1}{2k2} \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned} |Z| &= 2k5 \times 2k2 - 1k5 \times 1k5 = \\ &= (5,5 - 2,25) \times 10^{3}\ \Omega \\ &\simeq 3,25\ k\Omega \end{aligned}}$$

$$= \begin{bmatrix} 1,5\ k\Omega & 0,68 \\ -0,68 & 0.45\times10^{-3}\ \Omega^{-1} \end{bmatrix}$$

[REPRESENTAÇÃO DE RDPs POR MATRIZES E LIGAÇÃO c/ REP. POR EQUIVALENTES]

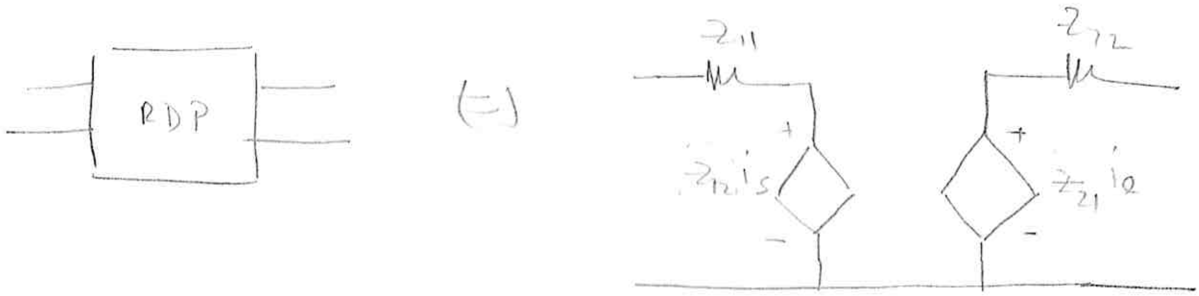
DESCRIÇÃO DE IMPEDÂNCIA:

$$\begin{bmatrix} V_e \\ V_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ i_s \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} V_e = z_{11} i_e + z_{12} i_s \\ V_s = z_{21} i_e + z_{22} i_s \end{cases} \Rightarrow$$

Tanto V_e como V_s têm contribuições proporcionais às correntes de entrada e de saída

O QUE ISTO QUER DIZER É QUE POSSO REPRESENTAR A RDP POR DOIS EQUIVALENTES DE THÉVENIN:

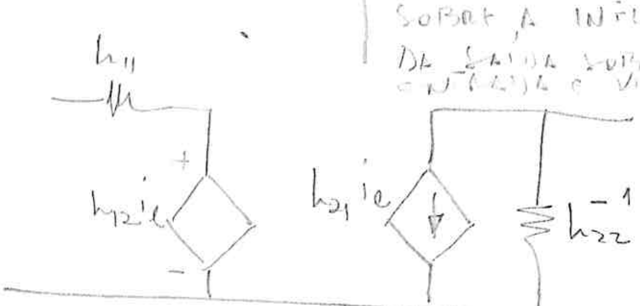


DESCRIÇÃO HÍBRIDA

$$\begin{bmatrix} V_e \\ i_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ V_s \end{bmatrix}$$

ESTES PARÂMETROS DÃO INFORMAÇÃO SOBRE A INFLUÊNCIA DA SAÍDA SOBRE A ENTRADA E VICE-VERSA

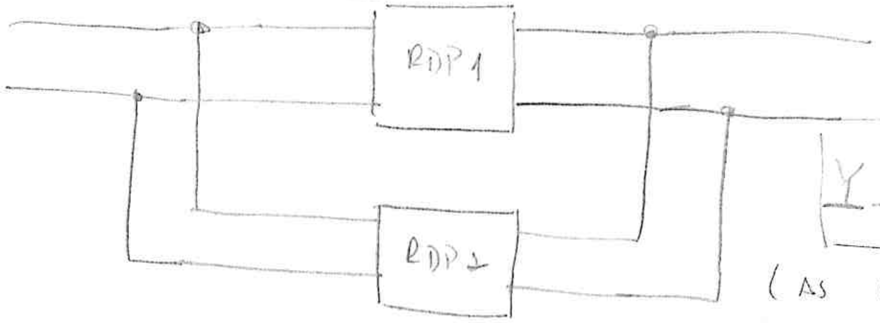
$$v_e = h_{11} i_e + h_{12} v_s$$
$$i_s = h_{21} i_e + h_{22} v_s$$



[VÁLIDO PARA REDES DE DOIS PORTOS DE TRÊS TERMINAIS]

FINALMENTE: POSSO ASSOCIAR RDPs DE 4 MANEIRAS DISTINTAS:

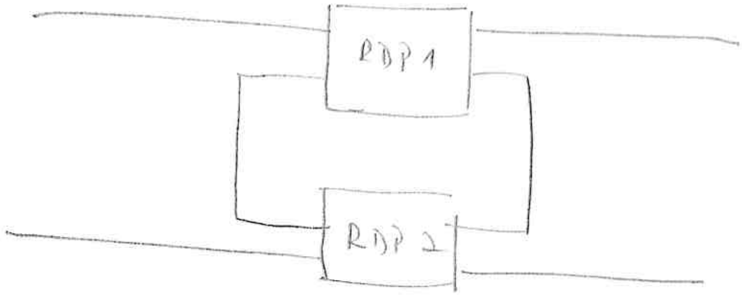
ASSOC. EM PARALELO - PARALELO



$$\underline{Y}_T = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2$$

(AS MATRIZES ADMITÂNCIA SOMAM-SE)

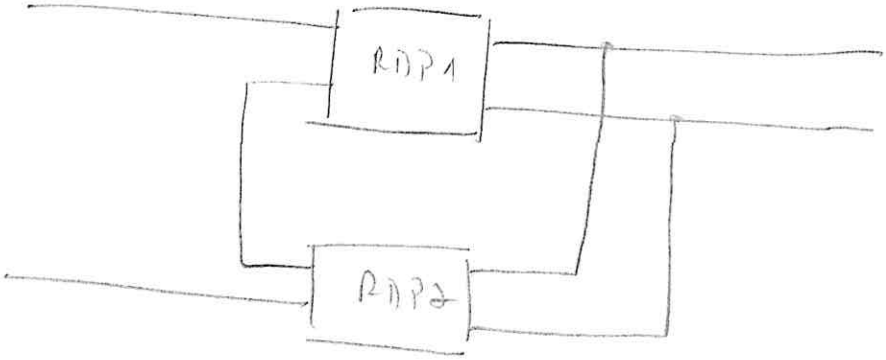
ASSOC EM SÉRIE - SÉRIE



NESTE CASO SOMAM-SE AS MATRIZES IMPEDÂNCIA

$$Z_T = Z_1 + Z_2$$

ASSOC. SÉRIE - PARALELO



NESTE CASO SOMAM-SE AS MATRIZES HÍBRIDAS

$$H_T = H_1 + H_2$$